

Física Moderna - 1/2011

LISTA 5

1.

(a) A função de distribuição de intensidade $I(\lambda, T)$ para um corpo à temperatura absoluta T é definida de modo que a intensidade da radiação, que é a potência irradiada por unidade de área do corpo, que ele emite com comprimentos de onda entre λ e $\lambda + d\lambda$ seja dada por $I(\lambda, T)d\lambda$. A função de distribuição de Planck para a radiação de corpo negro é

$$I(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda k_B T} - 1}$$

onde h é a constante de Planck, c é a velocidade da luz, e k_B é a constante de Boltzmann. Represente graficamente o comportamento desta função para uma temperatura fixada e λ no intervalo $(0, \infty)$. (Sugestão: Pense em cada um dos dois fatores separadamente para começar.)

(b) A intensidade total $I(T)$ irradiada por um corpo negro (em todos os comprimentos de onda) é igual à integral da distribuição de Planck sobre todos os comprimentos de onda.

(i) Faça a substituição de variáveis $x = hc/\lambda k_B T$ e mostre que $I(T)$ tem a forma

$$I(T) = \sigma T^4$$

onde σ é uma constante independente da temperatura. Este resultado é conhecido como a lei de Stefan.

(ii) Dado que $\int \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \pi^4/15$, mostre que a constante de Stefan-Boltzmann σ é $\sigma = 2\pi^5 k_B^4 / 15 h^3 c^2$.

2.

(a) Microondas (usadas em fornos de microondas e transmissão telefônica) são ondas eletromagnéticas com comprimento de onda da ordem de 1 cm. Qual a energia de um foton de microondas típico em eV?

(b) A radiação de fundo remanescente do *big bang* consiste de ftons de energia $k_B T$, com $T = 3K$. qual o comprimento de onda desta radiação?

3. A função trabalho do césio vale 1,9 eV. Este é o metal com o menor valor de função trabalho que se conhece, e por isso o césio é usado na fabricação de células fotomultiplicadoras, um tipo de detetor de luz visível tão sensível que pode detetar facilmente um único foton.

(a) Qual o menor valor que pode ter o comprimento de onda de uma radiação que possa ejetar fotoeletrons do césio?

(b) Se fizermos luz com $\lambda = 500$ nm incidir sobre césio, qual o maior valor possível para a energia cinética dos fotoeletrons ejetados?

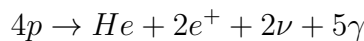
4. Uma lâmpada incandescente de 60 W produz na realidade apenas cerca de 3 W de luz visível, enquanto a maior parte do resto é energia na faixa do infravermelho.

(a) Estime a quantidade de ftons que esta lâmpada emite por segundo, supondo que a radiação visível tem comprimento de onda $\lambda \approx 550$ nm.

(b) Se uma pessoa olha para esta lâmpada de uma distância de cerca de 3 m, quantos ftons de luz visível entram em seu olho por segundo? (Quando olha para luz forte, a pupila humana tem um diâmetro de cerca de 1 mm.)

(c) Por quantas potências de 10 este número difere da associada à intensidade mínima perceptível, que é de aproximadamente 100 ftons por segundo?

5. A energia solar provém de uma sequência de reações nucleares chamadas de ciclo proton-proton. Estas reações acontecem nas vizinhanças do centro do Sol e podem ser sintetizadas como



envolvendo protons, núcleos de hélio, positrons, neutrinos e ftons de alta energia (chamados de raios γ). Cerca de 95% da energia liberada nesta reação vai para os ftons dos raios γ , que têm comprimento de onda médio de cerca de 250 fm.

(a) Qual a energia total liberada na reação acima? A massa do ν é tão pequena que pode ser tomada como nula.

(b) No decurso de alguns milhões de anos, estes raios γ se difundem em direção à superfície do Sol e são pouco a pouco convertidos em ftons visíveis. Estime quantos ftons visíveis são gerados a partir de cada um dos γ s originais.

6. A função trabalho do tungstênio é $\phi = 4,6$ eV. Se fizermos luz incidir sobre tungstênio, determine a frequência crítica f_0 abaixo da qual nenhum eletrón é ejetado, e calcule o comprimento de onda correspondente. Encontre a energia cinética máxima dos fotoeletrons ejetados se a luz incidente tem

(i) $\lambda = 200$ nm;

(ii) $\lambda = 300$ nm.

7. Um feixe monocromático de raios X produz um máximo de Bragg de primeira ordem quando é refletido pela face de um cristal de NaCl sob um ângulo $\theta = 20^\circ$. O espaçamento entre os planos relevantes é $d = 0,28$ nm. Qual a voltagem mínima que deve ter um tubo que consiga produzir estes raios X?

8. Considere uma colisão frontal e elástica entre um fton de massa nula (com momento $\vec{p}_0$ e energia E_0) e um eletrón livre estacionário.

(a) Suponha que o fton recue na mesma direção de incidência com momento $\vec{p}$ e energia E e use as leis de conservação para obter p .

(b) Mostre que sua resposta coincide com aquela dada pela fórmula de Compton com $\theta = \pi$.

9. Compton mostrou que um fton tem momento $p = E/c$ e energia E . Este momento se manifesta na pressão de radiação sofrida por corpos expostos a luz intensa, como o problema a seguir ilustra: Um feixe de luz de 100 W incide durante 1000 s sobre um objeto negro de 1 g, inicialmente em repouso sobre uma superfície sem atrito. O objeto absorve toda a luz do feixe.

(a) Calcule a energia total e o momento dos ftons absorvidos pelo corpo negro.

(b) Use a conservação do momento e obtenha a velocidade final do objeto negro.

(c) Calcule a energia cinética final do objeto negro; explique porque esta energia pode ser menor que a energia original dos ftons.